Chapitre 13

Thermodynamique des milieux continus

13.1 Dérivée temporelle du volume

Établir la dérivée temporelle du volume $\dot{V}(t)$ d'un milieu continu en le divisant en boîtes cubiques infinitésimales et déformables centrées autour de points écrits en coordonnées cartésiennes comme (x, y, z). Les coordonnées cartésiennes $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ des centres des boîtes infinitésimales sont implicitement des fonctions du temps t car ils peuvent se déplacer lors de la déformation du milieu continu. La variation de volume du milieu continu est la somme des variations de volume des boîtes. Ces boîtes ont des faces carrées orthogonales aux axes de coordonnées cartésiennes et les dimensions de leurs arrêtes sont dx, dy et dz. Le champ de vitesse est $\boldsymbol{v}(x, y, z)$.

13.2 Viscosité volumique et loi de Stokes

Le frottement scalaire interne τ est lié à la viscosité volumique η par la loi de Stokes,

$$\tau = \eta\, \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v}$$

1) Expliquer pourquoi le frottement scalaire interne peut s'écrire,

$$\tau = p - p_{\text{ext}}$$

2) Compte tenu de la loi de Stokes (3.52) obtenue au chapitre 3,

$$\dot{V} = \frac{1}{\xi}\left(p - p_{\text{ext}}\right)$$

exprimer le coefficient de frottement thermoélastique ξ en termes de la viscosité volumique η.

13.3 Equation de continuité de la masse

★★★☆ Établir l'équation de continuité pour la masse en déterminant la variation de masse à l'intérieur d'une boîte cubique infinitésimale située centrée au point (x, y, z). La boîte a des faces carrées orthogonales aux axes de coordonnées cartésiennes et les dimensions de ses arêtes sont dx, dy et dz. Le champ de vitesse est $\boldsymbol{v}\,(x, y, z)$.

13.4 Fluide dans un récipient accéléré

★★★☆ Un récipient avec des parois verticales et une base rectangulaire est soumis à une accélération constante $\boldsymbol{a}$ orientée vers la droite. On suppose que le liquide de densité de masse m à l'intérieur du récipient est à l'équilibre par rapport au récipient et que les frottement sont négligeables.

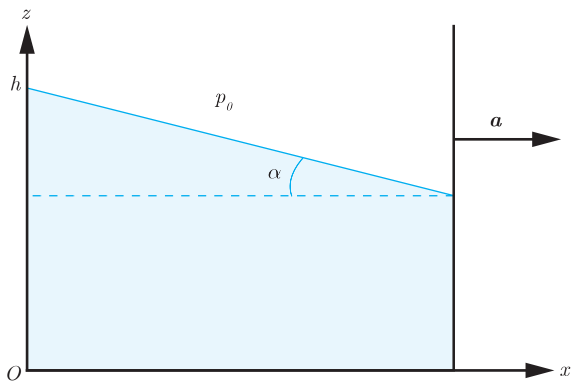

Fig. 13.1 Un récipient rempli de liquide est soumis à une accélération constante. Dans un état stationnaire, la surface de l'eau est inclinée vers l'arrière avec un angle d'inclinaison constant α.

1) Déterminer la pression dans le liquide comme fonction de la coordonnée horizontale x et de la coordonnée verticale z.
2) Montrer que la surface du liquide est inclinée vers l'arrière avec un angle d'inclinaison constant α (fig. 13.1). Déterminer l'angle α.